



TITLE:

數學的經濟學の論理的構造(下)

AUTHOR(S):

米田, 庄太郎

CITATION:

米田, 庄太郎. 數學的經濟學の論理的構造(下). 經濟論叢 1930, 31(2): 175-201

ISSUE DATE:

1930-08-01

URL:

<https://doi.org/10.14989/129921>

RIGHT:

會學濟經學大國帝都京

叢論濟經

號二第

卷一十三第

行發日一月八年五和昭

論叢

段別割論……………法學博士 神戸 正雄

數學的經濟學の論理的構造……………文學博士 米田 庄太郎

貨幣の本質について……………文學博士 高田 保馬

時論

米價基準設定に就いて……………經濟學士 八木 芳之助

說苑

國家經費の轉嫁に就いて……………經濟學士 小山田 小七

統計の解説、批判、解拆……………經濟學士 蜷川 虎三

經濟表について……………經濟學士 柴田 敬

雜錄

生産費函數と生産費遞増減の法則……………經濟學士 高 森 晋

歐洲諸國の建築工業に於ける失業の季節的變動……………經濟學士 益田 熊雄

人口定數觀考……………法學博士 財部 靜治

法令

正米市場規則

附錄

新着外國經濟雜誌主要論題

數學的經濟學の論理的構造(下)

米田 庄太郎

(一)レオン・ワルラの數學的經濟學の論理的構造(前號掲載)

(二)パレトの數學的經濟學の論理的構造、(1)經濟學論一般、(2)經濟的均衡の理論の一般的基礎、(3)交換均衡の理論、(4)生産均衡の理論

二 パレトの數學的經濟學の論理的構造

パレトはレオン・ワルラの弟子として、又ローザヌ大學に於ける經濟學教授の彼の後繼者として、彼の數學的經濟學を、エツヂウ・オースやフィッシャーや其の他の數學的經濟學者の研究を參考して、大に發展させた人である。そうして私はパレトによりて數學的經濟學の論理的構造は、少なくとも今日までの處で最もよく完成されたと考へるので、それで本論文(上)に於て先づワルラの數學的經濟學の論理的構造を極簡単に述べ、そうして夫れに對して起れる批評や非難を考慮しつゝ、又他の諸家の研究を參考しつゝ、パレトは如何に數學的經濟學の論理的構造を完成したかを考究すると云ふ計畫を立て、本論文を書き始め、云はゞパレトの數學的經濟學の論理的構造の基礎を究明する主旨で、先づワルラの數學的經濟學の論理的構造の極大要を述べて置いたのであるが、然るに本論文を本號に於て完結する爲めには、右の計畫を實行することは到底不可能なるを覺り、已むを得ずパレトの數學的經濟學の論理的構造に就ても、只其の極大要を述べるだけに止めることにする。

尙ほ私は右に述べし理由によりて始めに立てた計畫を棄て、只極簡単にパレトの數學的經濟學の論理的構造を述べんとするのであるから、千八百九十六年及び七年に公にされた *Cours d'économie politique* 二卷中に總括されて居る彼の第一期の數學的經濟學の論理的構造に就ては、只第二期の彼の數學的經濟學の論理的構造の特質を明かにする爲めに必要なだけ、極簡単に述べるに止め、主として第二期の主要なる著作 *Manuale di economia politica, con una introduzione alla scienza sociale* (1906) 其の修正増補せる佛蘭西譯 *Manuel d'économie politique* (第一版1909 第二版1927), *Economie mathématique* (Encyclop

—*édité des sciences mathématiques* (1911. 但し此の論文は千九百二年出版 *Enzyklopaedie der mathematischen Wissenschaften* に於ける論文 *Anwendung der Mathematik auf Nationalökonomie* を全然修正改造せるものである。) 及び *Trattato di sociologia generale* (1916) 佛蘭西譯 *Traité de sociologie générale* (1919) 等によりて、彼の數學的經濟學の論理的構造の最とも完成せるものを簡単に述べることとする。詳しくは讀者自から其等の著作に就て研究されたい。

(1) パレトの經濟學論一般

私は千八百九十八九年頃、コロンビア大學に於て、クラーク教授から限界經濟學を學びしことによりて、數學的經濟學に對する興味を起したが、併し私の專攻學科は社會學であつたから、數學的經濟學其物よりも、寧ろ數學的經濟學から發展せる數學的社會學に一層多くの興味を起した。そうして當時數學的經濟學から出發して數學的社會學を建設する爲めに努力して居た人々中、特に學界の注意を惹いて居たのはヴィニヤルスキー及びパレトであつたから、かくて私は特に兩氏の著作に親しむに至つたのである。尙ほ當時私が社會學を學んで居たギッディングス教授は、もと統計的調査に従事して居た緣故から、社會學に於ても大に統計的方法を重要視されて居た事や、又後社會學を學んだタールド教授はクールノの深大なる影響を受けた人として、本來數學的に思惟する傾向を有して居た事などは、私をして益々數學的社會學に對する興味を強めしめたと思ふ。併しヴィニヤルスキーの數學的或は力學的社會學はあまりに粗雑な前定の上に立てられ、又あまりに細工的な處があつて、彼の研究が發表されるにつれて、夫れは却て彼の數學的社會學に對す

る信用を傷ける結果を生じた。そうして其の時分から間もなく公にされると云ふ噂が立てられて居たハレトの社會學は、千九百十六年まで公にされなかつたから、數學的社會學に對する私の興味は何時しか薄らぎ來り、私は専ら社會心理學的研究に力を注ぐに至つた。併し明治四十年に京都帝國大學文學部に於て社會學を講義し始めた後も、私は尙ほ全くは數學的社會學に對する興味を失はなかつたので、かくて私の純粹社會學の一部分を社會現象の數學的理論と稱して居た。そうして其の理論の構成に於て大に數學的經濟學の研究を利用する積りであつたが、遂に右の理論を構成し得ずに了つた。

尙ほ當時我國では數學的經濟學は全く無視されて居たと思はれるので、其の研究に力を注ぐ經濟學者は一人もなかつたことは私の大に遺憾とした事で、其の頃社會學專攻の學生であつた高田博士が當時の文學部の學生には稀れた數學者であつたから、經濟學を研究されるならば、是非數學的經濟學の研究に力を注がれんことを切望した。されば今や高田博士が我國唯一の數學的經濟學者として活動されて居ることは、私の最も喜ぶ處である。

然るに大正十一年頃から神經衰弱に悩まされ、思はしく研究の進まないに拘らず、私の社會學體系を大成する爲めに、先づ其の方法論的基礎付けに力を注ぐに當つて、殊に最近に至つて、私は社會科學方法論上新たに數學的經濟學の重要を覺り、再び其の研究に興味を抱くに至つた。そうして今や私はハレトの數學的經濟學の方法論的根本思想の如きものに、新しき學問論上から新しき解釋を下すことによりて、純粹なる科學としての一切の社會科學の方法論が確立されると確信するに至つたので、次に公にせんとする「數學的經濟學方法論的批判」に於て、私は其の事を詳論せんとするのである。併し夫れに先だちて、本論文に於てハレトの數學的經濟學の論理的構造を

究明して、其の方法論的根本思想其物を明かにして置きたいと思ふ。

今バレトの詳細なる著作目録を調らべて見ると、彼は經濟學及び社會學の方法論に關する幾多の論文を發表して居たことが見出される。併し千八百九十八年以前の彼の方法論的思想は、同年に公にされた Cours d'économie politique に於て總括されて居ると思はれる。そうして夫れ以後の發達は Manuale d'economia politica 及び Manuel d'économie politique の第一章及び第二章并に Trattato di sociologia generale に於て詳しく論述されて居る。但し Trattato は總計千六百四十四頁の大冊二卷の著作であるが、其の大部分は社會科學の方法論(廣い意味で)を論述するものと見做し得られる。

却說バレトの經濟學方法論を考究するに當つて、吾人の先づ注意すべきは彼の科學概念である。そうして夫れは Manuale 及び夫れ以後の著作に於て特に詳しく論述されて居るものであるが、併し Cours に於ても一般的に同様なるものが、其の基礎となつて居ることは明かである。それで此處に先づ Manuale 及び夫れ以後の著作によりて、彼の科學概念の眞髓を極簡單に述べて置くが、本雜誌前號に於ける本論(上)の(1)「ワルラの經濟學論一般」中に述べし如く、ワルラは科學の分類は根本的には其の對象の分類に従ふて立てらる可きものであると云ふ見地から、現實態或は經驗的事實を根本的に自然的事實と人間的事實とに大別し、先づ自然的事實を對象とする純粹なる科學

として自然科學の概念を立てるに對して、人間的事實を對象とする純粹なる科學として倫理科學 *la science morale* の概念を立て、居た。そうして彼れ若し此の倫理科學の概念を、あまりに倫理的なるものとして狹義に解せず、廣い意味にて精神的とか文化的と云ふ意味に解したならば、今日獨逸の學問論に於て重要視される自然科學と精神科學或は文化科學との對立概念を發達させ得たであらうと思はれるが、惜いかな彼は彼の始めに立てた純粹倫理科學の概念を、あまりに倫理的に狹い意味に解したが爲めに、結局は之を道德論 *la morale* と同一視し、かくて純粹なる或は嚴密なる意味にて云ふ科學としては、只自然科學が存立するのみであると考へるに至つた。されば彼は純粹經濟學も純粹科學としては、只自然科學としてのみ存立し得るものであると解し、そうして純粹經濟學の對象たるものは人間的事實であるが、しかも夫れは本來自然的事實の性質を具有するものであるが故に、純粹經濟學は嚴密なる科學即ち自然科學として建設し得られるのであると云ふが如き、迂迴的論法によりて純粹經濟學の純粹科學性を論證せんとしたのである。

然るにバレットは始めから根本的には、科學とは總て自然科學を意味するものと見る一般の見解に従ひ、經濟學を始め一切の社會科學は純粹なる科學としては、當然自然科學として建設さるべきもの、又何れの社會科學も自然科學の性質を具有すること大なるほど、益々眞實なる科學の特質を發揮するものと考へ、かくて經濟學をも純粹なる科學としては、自然科學として建設せんと

したのである。是れは後に「數學的經濟學方法論的批判」に於て詳しく論せんとする如く、私の科學論とは大に異なつて居る考へ方であるので、私は寧ろワルラが自然科學と倫理科學とを對立せんとした考へ方(但しさに述べし如く、彼は此の考へ方を徹底的に發展し得なかつた)の方が、眞實なる科學概念に近いと考へるのである。併しバレルトの科學論には、私も承認せんとする幾多の重要な見解が見出される。此處では只其の一を舉げるに止めるが、今彼の論ずる處によれば、吾人の認識目標はつまり具體的現象、或は現實なる事實或は現實態をあるがまゝに把握するにあるが、併し夫れは到底完全には到達し得られない目標にして、吾人は只現實態に接近する知識を有し得るだけである。(Ne possiamo avere solo una conoscenza approssimata.) 苟して具體的現象の一方面を抽象して理論を立て、漸次繼續的に具體的現象に接近せねばならないが、夫れが即ち科學の任務である (approssimazione successive)。隨ふて「科學は大なり小なり現實態に合致すると云ふこと以外に、眞理の標準を有しない」。「理論は現象を認識し研究する手段に外ならぬ。一の理論は一の目的を達する爲めに可いもので有り得るが、他の理論は他の目的を達する爲めに可いもので有り得る。併し何れにしても理論は事實と合致せねばならぬ。是れ然らずは理論は何等の用をもなさないであらうからである。」「吾人は定質的研究から定量的研究に進み、何如なる度合に於て、理論が現實態から外づれて居るかを探求せねばならぬ。苟して二つの理論の中で

現實態から外れる場合のより少なるものを選ぶのである。尙ほ吾人の決して忘れてはならぬことは、理論は只一時前にのみ受容する可きものなることである。吾人が今日眞理として承認する理論も、より多く現實態に接近する他の理論が発見されるならば、明日は放棄せねばならないであらう。」

バレットの右の科學概念、更に後に述ぶる如く純粹經濟學の理論を定型 types に於て構成する見解と、さきに述べしソルラが理想的定型或は理想型を純粹經濟學の對象と見る見解とを合せて考へると、マックス・ウェーバーの文化科學方法論の中心的部分たる論理的理想型論の根本思想は、既にソルラとバレットとの經濟學論の中に大體上論述されて居ることが發見されると思ふ。但し此の事に就ては後に「數學的經濟學方法論的批判」の中に詳しく論述したいと思ふ。

今バレットの右の科學概念は、Manuale, Manuel 及び Trattato 等に於て詳しく論述されて居るものであるが、併し Cours に於ける經濟學論もやはり同じ科學概念を基礎として立論されて居るのである。そうして彼は Cours に於ては經濟學を純粹經濟學と應用經濟學とに區別し、純粹經濟學は抽象的理論を考究するものとして、具體的經濟現象への第一の接近、應用經濟學は其の第二の接近を意味するものと解して居る。

Cours に於ける經濟學論に就ては、先づ注意す可き右の科學概念の外に、更に注意す可き重要

なる根本概念がある。夫れは經濟現象の相互依存の概念である。此の概念はさきに述べし如く、既にワルラが大に力説せるものにして、完成せる數學的經濟學概念の最も重要な根本要素となつて居るものである。併しワルラは尙ほ「稀少性は交換價格の原因である」と云ふが如き、傳來の經濟學的因果概念を混入して居て、經濟現象相互依存の概念を十分に徹底させて居なかつたが、バレットは十分に之を徹底させようとする努力したのである。但しCoursに於ては尙ほ其の徹底に十分なる點があると思はれるが、とにかくバレットが其の徹底に努力したことはCoursの一特徴と認めらる可きである。されば方法論上から見て、Coursに於ける經濟學論の根本的概念と認めらる可きは、繼續的接近の概念と經濟現象相互依存の概念の二者であるのである。尙ほ此處に社會學者の特に注意す可きものがある。夫れはバレットは常に經濟現象の相互依存を重要視したのみならず、更に進んで一切の社會現象の相互依存を重要視し、經濟學が經濟現象の相互依存を究明する事を眼目とせねばならないと同じく、社會學は一切の社會現象の相互依存を究明する事を眼目とせねばならぬと考へた事である。そうして此の經濟現象の相互依存の概念、更に一切の社會現象の相互依存の概念は、後に詳しく論ずる如く、限界經濟學に、隨ふて又數學的經濟學に反抗して勃興せる制度經濟學にありても、其の方法論的根本概念となつて居る事は、經濟學方法論上大に注意す可き點である。要するにバレット自身の明言して居る如く、「二つの概念がCours全體を支

配して居るので、夫れは繼續的接近の概念と、常に經濟現象のみならず、更に社會現象の相互依存の概念とである。」かくてバレットが經濟學者から社會學者に發展した所以は明かに了解されるので、方法論上から見れば、彼の社會學はつまり彼の經濟學の延長或は擴充に外ならない。

今 Cours に於けるバレットの經濟學論の根本思想は、以上述べしが如きものであるが、Manuale 及び夫れ以後の著作に於ける彼の經濟學の第二期の發達をよく了解する爲めに、Cours に於ける彼の經濟學に就て尙ほ二三述べて置きたいことがある。先づバレットはワルラの弟子として、Cours に於ては一般にワルラの立場及び方針を遵奉して居る。併し又他の數學的經濟學者の研究を參考して、一定の新しき概念を輸入し、そうして夫れによりて彼の理論に一層大なる普遍性を與へ、又微積分法の巧妙なる運用によりて、彼の理論を大に擴張して居る。更にワルラは「純粹經濟學要義」に於ても、自由競争制の經濟組織の優勝性を證明せんとする實際的目的を常に抱いて居たが爲めに、殆んど全く同經濟組織のみを研究し、且つ右の實際的目的を達する爲めに便宜な、幾多の形而上學的考察を混入して居たのであるが、然るにバレットは既に Cours にありても出来るだけ純科學的に研究することを目標として居たから、自由競争制の經濟組織の外に、獨占制の經濟組織の諸定型をも詳しく研究し、且つ純粹經濟學を具體的經濟現象への第一の接近として確立する爲めに、出来るだけ經驗的態度を固持して、一切の形而上學的概念を排除せんと努力して

居た。

却說バレットの經濟學論は、以上述べし處によりて明かにせる如く、根本的には既に Cournot に於て大體上論述されて居るのであるが、併しまだ徹底的に、又詳しくは展開されて居なかつた。そうして其の徹底的な又詳しく展開は、Manuale 及び夫れ以後の著作に於て遂成されて居るのである。さればバレットの第二期の經濟學は、つまり第一期に確立された方針の徹底的な又詳しく展開であると認め得られるのである。要するにバレットは Manuale 及び夫れ以後の著作に於ては、益々客觀的態度をとり、益々純科學的に純粹經濟學を建設せんと努力して來たので、かくて彼は彼の純粹經濟學上の諸理論を、見掛上又は事實上必然的に拘束される恐れある、總ての特殊的及び主觀的諸關係から全然解放し、人間が其の嗜好グステイ（普通に經濟學上欲望と稱せられて居るもの）を満足させる事物を獲得する爲めに行なふ、反復的大數的な論理的（合理的）行動を研究することのみに限らんとした。されば Manuale 及び Manuel に於ては、バレットは先づ交換及び生産を別々に考察することから始めずして、直ちに經濟的均衡の一般的條件を考究し、次に嗜好（或は慾望）、次に障害、終りに經濟的均衡を研究して、純粹經濟學の原理及び法則を究明し、そうして附録に於て其等の原理及び法則を特に數學的に論究して居る。

但し Manuale 及び Manuel は共に九章と附録とから成立して居るが、純粹經濟學の眞髓は第三章「經濟的均衡の一般的條件」、第四章「嗜好」、第六章「障害」、及び第七章「經濟的均衡」に於て論述されて居る。併し其の數學的論究は特に附録に於て論述されて居るので、かくて此の附録は數學的經濟學に於て甚だ重要視されてゐるのである。

尙ほバントは *Encyclopédie des sciences mathématiques* に於ける *l'économie mathématique* においては、更に障害其物をも捨象して、只障害から生じ得る諸連結 *liaisons* (嚴密に云へば經濟的體系の相互依存の諸紐帶を構成する諸連結) だけを考察して居る。殊に方法論上 *Manuale* 及び *Manuel* に就て注意す可きは、バントが經濟的均衡を決定する爲めには快感の尺度を定め、快感を測定する必要はなく、只指數の方法によりて快感の等級を指示し、快感の指數を見定めるだけで充分である。と考へ、快樂主義形而上學的思想の附着し易き快感、効用等の概念に、指數函數の概念を取り換へたことである。此の事は純粹經濟學を科學的に純化する爲めに、甚だ重要な意義を有するものである。

却說 *Manuale* 及び夫れ以後の著作に於けるバントの純粹經濟學の方法論の發展の骨髓は、大體上右に述べしが如きものであると思ふが、是れより更に其等の著作に於ける彼の經濟的均衡の理論の一般的基礎、交換均衡の決定、及び生産均衡の決定等の三問題を考察して、數學的經濟學としての彼の純粹經濟學の論理的構造の一般を究明したいと思ふ。

但し本雜誌の十數頁ぐらいで、甚だ複雑なるバントの數學的經濟學の論理的構造の一般を簡明に説述すると云ふことは、私にとつては大に困難な仕事であるので、就ては私はバント經濟學に關する諸家の研究を參考した。尙ほ出來るだけ簡明に説述する爲めに、特に *In Memoria di Alfredo Pareto* (1924) に於ける *Alfonso de Pietri Tonelli, Le equazioni generali dell'equilibrio economica di Alfredo Pareto, Umberto Ricci, Pareto e l'economia pura* 及び *Jacques Moret, L'emploi des mathématiques en économie politique* (1915) 等を參考した。併し此處では上に舉げし三問題に就て只其の一般の輪廓を示し、且つ其の一部分に就て極簡單に説述することしか爲し得ないから、讀者之を諒せられたい。

(2) 經濟的均衡の理論の一般的基礎

パレトは、經濟的均衡とはつまり嗜好と障害との根本的反對の結果であると考へたのであるから、かくて彼の經濟的均衡の理論の一般的基礎を了解する爲めには、先づ彼が嗜好及び障害と稱するもの、及び兩者の根本原を考察せねばならぬ。

嗜好 (gusti, gouts) パレトが嗜好と稱するものは、彼が *Ophelimita* (*ophelimité*) と稱するもの、即ち一般に經濟學者が主觀的効用とか快感とか稱するものの別名であると見做し得られるが、詳しく云へば、人間が一定の物を消費し、或は如何様にか使用して享受する快感である。(かくて經濟的財貨とは、即ち嗜好を充足し得る一定の物である。) 苟くしてパレトの嗜好論に就て、先づ第一に注目すべき根本的に重要な思想は、經濟的均衡を決定する爲めには快感或は効用を測定する必要はなく、指數によりて快感の種々なる等級を區別すれば可いと云ふことである。かくて彼はさきに述べし如くに、快感或は効用の本質に關する一切の形而上學說から全然解放されたる經濟的均衡の理論を立てんとしたので、是れ純粹科學としての純粹經濟學の發達上、大に注意すべき點である。要するにパレトはエッジワースの創設せる無差別線概念を採用したが、併し之を快感の測定可能性問題から全く切り離して考へ、苟くして無差別線を一定の仕方によりて經

驗的に獲得し得られる所與の事實として考察したので、かくて彼の考へる處によれば、快感は測定し得られるや否やと云ふ問題は、經濟學上必要なるものでなく、個人が消費財の總ての可能的結合を、彼の選擇に従ふて排列する等級の別或は等級の順位を知れば、夫れで可いのである。そうして其の等級別は指數によりて表はし得られる。かくて

(イ) 何れを選択しても可い、即ち選擇が無差別的である二つの結合は、同じ指數を有す可きである。

(ロ) 二つの結合の中で一が他よりも選擇されるとすれば、夫れは他よりもより高き指數を有す可きである。

(ハ) 吾人の有し得る無數の指數體系の中で、只結合Ⅰから結合Ⅱへ移るに於ては、結合Ⅱより結合Ⅲへ移るに於てよりも、より大なる快感が與へられると云ふが如き、或は結合Ⅰと結合Ⅱとの指數の差が、結合Ⅱと結合Ⅲとの指數の差よりも大なるものであると云ふが如き、性質を有する體系のみを保持するのが適當である。

パレトは無差別の指數に就て詳しく研究を行なふて、指數函數の概念を立てたが、彼の指數函數と云ふはつまり、其の誘導函數の記號によりて一定の個人が動く方向を指示し得る函數を意味するのである。換言すれば、先づ函數が一定の財貨の一定の分量を表はす一定の自變數 x の漸次増加に伴なふて漸次に増加するならば、夫れは其の個人が x の分量の増加することに於て快感を享けること、即ち正の x の方向に動くことを意味し、次に函數が漸次に減少するならば、夫れは其の個人が x の漸次に減少することに於て、快感を享けることを意味し、終りに函數が漸次に増加も亦減少もしないならば、或は第一誘導函數が0であるならば、夫れは個人が x を増加する

ことも、亦減少することも欲しないこと、或は彼は x に關して均衡にあることを意味するのである。

障害 (ostacoli, obstacles) 人間が自分の嗜好を充足する爲めに行なふ行動は、自由に遂成されるものでなく、一定の障害を受けるものであるが、其等の障害は根本的に二種に大別される。

第一種の障害は明白に認識される諸般の障害である。例へば一人が取引する他の人々の嗜好、一人が他人と配分する財貨の分量が制限されて居る場合に於ける其の分量の制限、一定の財貨を生産する爲めには他の財貨を使用せねばならぬと云ふこと、人々の欲望する財貨が其の欲する時及び所に於て左右し得られないこと、社會組織に基因する諸種の障害等の如きものである。

第二種の障害は前者の如くに明白には認識され得ない諸般の障害である。例へば交換の行はれる間に或は交換の正前に於て、代價の可變性を制限する諸障害の如きものである。

要するに一個人に對しては、彼自身の嗜好を除けば、總ての残りのものは經濟上障害と認め得られる。例へば一個人が他人と或財貨を交換せんとする場合には、彼に對しては他人の嗜好は、彼及び他人の所有する財貨の分量が制限されて居ると云ふこと、同様に、障害である。かくて一の經濟的體系全體を總觀すると、嗜好と障害とは種々様々に交叉して居るのである。

極大満足の方程式 經濟的均衡の根本的二要素たる嗜好及び障害は、一般的には上に述べしが

如きものであるが、更に先づ嗜好の方面に就て考へるに、個人の嗜好を根本的に支配するものは、個人が當面の事情に適合して、幸福の極大を實現せんとする念である。そうして個人が幸福の極大或は満足の極大を實現せんが爲めに、經濟的諸變數が満足せねばならぬ方程式は結局左の如きものである。

一 結合 (family) に對應する線の指數を I とすると、一定の仕方によりて決定されたる無差別線の一族の方程式は

$$I = W(x, y)$$

であるが、此の式は更に普遍化して變數の何れの數にも適用される。かくて左の方程式が作られる。

$$(1) \quad I = W(x, y, z, \dots)$$

然るに諸指數の一體系全體は、右の方程式によりて表はされる體系によりて取り換へ得られるから、夫れは左の方程式中に包まれる。

$$(2) \quad I = F(W)$$

そうして右の方程式は微分法によりて左の方程式

$$W'_x dx + W'_y dy + W'_z dz + \dots = 0$$

となるが、今

$$\psi_x = \psi'_x, \psi_y = \psi'_y, \dots\dots\dots$$

と置けば左の方程式が作られる。

$$(3) \quad \psi_x dx + \psi_y dy + \psi_z dz + \dots\dots\dots = 0$$

是れバレットが彼の經濟的均衡の理論を確立する爲めに、最も重要視せる方程式である。

今吾人は右の(3)方程式と同値なる關係を、直接に經驗によりて獲得することが出来るであらう。

そうして夫れが爲めには、先づ負の量 Δy によりて表はされる減少を償ふには、詳しく云へば $(s_1, s_2, \dots\dots)$ と $(s + \Delta_1 x, y + \Delta_2 y, \dots\dots)$ との二つの結合の何れを享樂するも、無差別的であるには、如何なる正の量 Δx を以て s を増加せねばならぬかを探求し、次に如何なる Δ_2 が Δ_1 に對應するか以下順次に探求し、終りにかくして得られたる總ての式を總計すれば可いので、かくて

$$\Delta x = \Delta_1 x + \Delta_2 y + \dots\dots\dots \text{と置けば、左の形式の一關係が作られる。}$$

$$p_x \Delta x + p_y \Delta y + \dots\dots\dots = 0$$

此の式は極限に於ては左の方程式となる。

$$(4) \quad q_x dx + q_y dy + \dots\dots\dots = 0$$

以上述べし處によりて見れば、(3)方程式及び夫れから出發して立てられる經濟的均衡の理論は、Opheimdic 或は効用の概念から、更に其の指數の概念からすらも、全く獨立して居るものと考へ得られる。かくて吾人はバレットは經濟學の古い形而上學的概念から段々に解放されて、如何にし

て彼の理論を、純實證的所與の上に確立するに至つたかを了解するのである。

經濟的聯結 (liaisons économiques) 極大満足の方程式は、經濟的均衡の決定に於て甚だ重要なものであるが、只夫れだけで經濟的均衡は決定されるものでない。是れ經濟的變數は自變數でなく、當面の個人が屬する經濟的體系の相互依存の諸聯結を構成する一定の諸關係によりて支配されて居るものであるからである。そうしてバレットは、其等の諸聯結を始めには障害の方程式と稱した。是れ其等の諸聯結はつまり、個人が其の嗜好を満足す可く努力する時に、従はねばならぬ諸事情の式を構成するものであるからである。

經濟的聯結は明かに相異なれる二種に大別される。第一種の聯結は、最とも觀察し易く、常に一般の經濟學者も認めて居たものにして、要するに夫れは一個人が取引する他の個人の嗜好や、社會組織によりて作られる諸障害一切の變換 transformations (嚴密に云ふ物質的變換、空間に於ける變換、時間に於ける變換) に固着する

諸般の必然的事柄等が與へられて居るとして、均衡點に於て諸變數に認められる數値が満足す可き諸方程式によりて表はされる諸聯結である。第二種の聯結 (マージナルやエツヂウオースによりて始めてはバレット) は、最初の地位から均衡の地位へ進む爲めにとられる徑に關する諸方程式によりて、詳しく

云へば一定の分量が他の一定の分量に變換される運算によりて、與へられた者にして、かくて夫れは個人的行動の自由なる遂行に加へられる諸制限 (其の典型的一例は左の場合に見出される。即ち一の交換者が、一定の財貨の一定の分量の諸部分が彼に對して同

一の効用を有しないに拘らず、其の分量の總ての部分）を表現する總ての聯結を意味す可きである。

パレトの經濟的均衡の一般的基礎と認められるものは、大體上右に述べしが如くであるが、彼は夫れより右の一般的基礎によりて成立する經濟的均衡其物を、交換均衡と生産均衡とに分つて論究して居る。それで次に彼の交換均衡の理論、終りに彼の生産均衡の理論の大要、寧ろ其の輪廓の一般を述べて、彼の數學的經濟學の論理的構造の一般を示すこととする。

(3) 交換均衡の理論

パレトは交換均衡を、自由競争制の下で、代價が不變的（或は定數的）又は可變的（或は變數的）である場合に成立する均衡と、獨占制の下で代價が不變的（或は定數的）である場合に成立する均衡とに大別して論究して居る。そうして前者を交換均衡の第一定型、後者を其の第二定型と稱することが出来る。

第一定型 一の市場に於て交換を行なふ個人の數を n とし、交換される財貨 (X) 、 (Y) 、 (Z) 、……の數を m とし、又何れかの財貨、例へば (Y) ならば、其の分量を y_i で表はし、且つ市場開始の際に其の財貨の分量を呈供する個人を (i) で表はすとする。

今個人 (i) の嗜好が、諸聯結が許す度合に於て満足される時には、彼が處分する諸財貨の $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{im}$

……等の諸分量は、さきに述べし處に従ふて、左の如き關係を有する。

$$\psi_{i,x} dx_i + \psi_{i,y} dy_i + \psi_{i,z} dz_i + \dots = 0$$

そうして代價を補助變數として取り入れ、ワルラの定義に従ふて、(X)に於ける(Y)の代價を

$$p_y = - \frac{\partial x_i}{\partial y_i} \text{ で表はすと、}$$

右に述べし關係は均衡の點に於て、左の諸方程式によりて取換へ得られる。

$$(A) \quad \psi_{i,x} = \frac{1}{p_y} \psi_{i,y} = \frac{1}{p_z} p_{i,z} = \dots$$

そうして諸聯結は左の二定型の諸方程式によりて表はされる。

$$(B) \quad (x_i - x_{i,0}) + p_y (y_i - y_{i,0}) + p_z (z_i - z_{i,0}) + \dots = 0$$

$$(C) \quad \sum_{i=0}^{i=0+1} (x_i - x_{i,0}) = 0$$

かくて(A)方程式、(B)方程式及び(C)方程式に類同的な方程式の三體系の總體は、最後の分析に於ては、右の市場に於ける交換の均衡の一般的諸條件を構成す可きものである。そうして實際上(B)諸方程式は、數であるから(是れ第(四)番目の方程式は他の諸方程式との諸方程式との結果であるからである)、此處で吾人が計算する爲めに使用し得る方程式の數は

$$(A) \quad \text{方程式}(m-1)(0+1)$$

$$(B) \quad \text{方程式} 0$$

(C) 方程式 m

總計 $m\theta + 2m - 1$ にして、そうして未知數は、

代價の數 $m-1$

諸分數 x_i, y_i, z_i, \dots の數 $m\theta + m$

總計 $m\theta + 2m - 1$ である。かくて問題は完全に決定されて居るのである。

却説右に述べし交換均衡にありては、連續的に交換される各財貨の諸部分の代價は、不變的定數的であると暗に假定されて居るのであるが、併し其の研究に於て、吾人が代價の變動を到底捨象し得ない交換現象は存在する。併し代價が總ての變數に依存する一般の場合は、單に交換均衡の立場に於て考察し得られないから、バレットは各財貨の代價が取引の行はれる其の財貨の分量の函數である特殊な場合を考察するに止め、そうしてかゝる場合に就て、上に述べし(A)、(B)、(C)の三つの方程式體系に、夫れ夫れ對應するの(A')、(B')、(C')の三つの方程式體系を作つて居るが、此處では其の敘述を省略して置く。

第二定型 或個人が或財貨の販賣の獨占權を有する時には、彼は其の獨占權の運用によりて出来るだけ最大の收獲(貨幣に於てか又は効用に於てか)を得る爲めに、一般に其の財貨の効用を全く無視する。かくて上に述べし市場に於て、一定の財貨が一定の個人によりて獨占されるとする

と、交換均衡の諸方程式は二重の改變を受ける。其の一は(4)體系の方程式の除去によりて、其の二は獨占者が目差す結果を獲得するに必要な諸條件を表はす諸關係の附加によりて、受ける改變である。そうして第二定型は更に一個人が一財貨又は數財貨を獨占する場合と、二個人が一財貨を獨占する場合と、數個人が數財貨を獨占する場合との區別に従ふて考察さる可きである。

(4) 生産均衡の理論

(交換均衡の理論は必然的に生産均衡の理論に導く。そうして後者の確立によりて此處に經濟的均衡の一般的理論が完成されるのである。)

パレトは生産の均衡は、消費者の均衡と企業の均衡との二つの均衡の重なり合ひの結果として、成立するものであると考へた。かくて彼の生産の均衡の理論をよく了解する爲めには、先づ右の二つの均衡から考察せねばならぬ。

消費者の均衡

此の均衡は只一定の事實によりて、交換の均衡と異なつて居るだけである。そうして其の一定の事實とは、即ち市場に持ち出される各財貨の全分量は、一の定數でなくして一の變數である云ふ事實である。かくて消費者の均衡の諸條件を確定する爲めには、さきに述べし(A)及び(B)の諸方程式を再用し、(C)の諸方程式を左の形式の方程式によりて取り換へれば可いのである。

$$\sum_{s=1}^{s=0+1} x_s = Y$$

但し X は此の均衡の他の諸方程式に依存する一の變數である。

企業の均衡 企業の均衡とはつまり生産の諸變換トランスフォーメーションの均衡である。かくて此の均衡の諸條件を決

定する爲めには、生産者の行動線に最も直接に影響を及ぼす二種の要素の干涉の仕方を、先づ吟味せねばならぬ。夫れは生産係數と生産費とである。

生産係數 (les coefficients de production) 生産物 (X)、(Y)、(Z)……が生産される財貨 (A)、(B)、(C)、

……の諸分量を、夫々 A' B' C' ……によりて、又其等の生産物の生産係數を a_{x1} a_{x2} a_{x3} …… b_{x1} b_{x2} …… c_{x1} c_{x2} ……によりて表はすと、生産の技術的諸條件は左の諸定型の第二種の聯結を産出する。

$$dX' = a_{x1} dx + a_{x2} dy + a_{x3} dz + \dots$$

$$dB' = b_{x1} dx + b_{x2} dy + b_{x3} dz + \dots$$

$$dC' = c_{x1} dx + c_{x2} dy + c_{x3} dz + \dots$$

.....

そうして現實の事實に従ふて、一の生産物の生産に入り込む原料或は生産的勤勞の分量は、目差されたる點に達する爲めにとられる徑から獨立すると認められると、其等の方程式は積分し得られ、又其の點に於て諸變數に與へられる値の間の確定せる諸關係によりて、取り換へ得られる。かくて生産の技術的條件は最後の分析に於ては、左の如き諸方程式によりて表はされると考へ得

られる。

$$A' = A'_0 + F_a(X, Y, Z, \dots)$$

$$B' = B'_0 + F_b(X, Y, Z, \dots)$$

$$C' = C'_0 + F_c(X, Y, Z, \dots)$$

.....

但し A'_0, B'_0, C'_0, \dots は一般的費用を表はし、 F_a, F_b, F_c, \dots は先天的に決定され得ないが、併し其の形式は精密であり得る函數である。されば a_x, a_y, a_z, \dots 只 x の函數、 a_y, b_y, c_y, \dots は只 y の函數であり、以下之れに準ずるをすれば、財貨 $(A), (B), (C), \dots$ の諸分量 x, y, z, \dots を使用して獲得される生産物 $(X), (Y), (Z), \dots$ の諸分量 X, Y, Z, \dots は左の如き方程式を満足する。

$$A' = A'_0 + \int_0^X a_x dx + \int_0^Y a_y dy + \int_0^Z a_z dz + \dots$$

$$B' = B'_0 + \int_0^X b_x dx + \int_0^Y b_y dy + \int_0^Z b_z dz + \dots$$

$$C' = C'_0 + \int_0^X c_x dx + \int_0^Y c_y dy + \int_0^Z c_z dz + \dots$$

生産費

(couts de production) $(X), (Y), (Z), \dots$ は其の生産が獨立に行はれる商品であるとし、

其等の商品の元價を II_x, II_y, II_z, \dots にて、又財貨 $(A), (B), (C), \dots$ の時價を p_a, p_b, p_c, \dots にてはするを ω, dx 生産費は

$\pi_x dx = (p_a a_x + p_b b_x + p_c c_x + \dots) dx$
 にして dy のは

$$\pi_y dy = (p_a a_y + p_b b_y + p_c c_y + \dots) dy$$

以下之れに準ずる。そうして右の諸方程式は積分し得られると假定し、且つ財貨(A),(B),(C),...の代價は定數であると認めると、生産物(X),(Y),(Z),...の諸分量 x, y, z, \dots の生産費 $\Pi_x, \Pi_y, \Pi_z, \dots$ は、各生産係數は只夫れが關係する生産物の分量にのみ依存すると云ふ假説に於ては、左の形式の諸方程式によりて與へられる。

$$\Pi_x = \Pi_{0,x} + \int_0^x \pi_x dx,$$

$$\Pi_y = \Pi_{0,y} + \int_0^y \pi_y dy,$$

$$\Pi_z = \Pi_{0,z} + \int_0^z \pi_z dz,$$

但し $\Pi_{0,x}, \Pi_{0,y}, \Pi_{0,z}, \dots$ は x, y, z, \dots から獨立する 一般的費用を表はし、かくて左の等式を満足するものである。

$$\Pi_{0,x} + \Pi_{0,y} + \Pi_{0,z} + \dots = A' p_a + B' p_b + C' p_c + \dots$$

企業の均衡 技術的必然の事實から、又財政的必然の事實から、企業家に課せられる二種の聯結の諸式は、以上列擧せるが如きものであるが、今企業の均衡が確立される爲めには、生産物の

生産費の總計が、生産の諸費用の總計に均しきものであらねばならぬことは明確である。されば此の均衡の決定を成就する爲めには、さきに確立された諸方程式に、左の關係を附加すれば可いのである。

$$A'p_a + B'p_b + C'p_c \dots = \Pi_x + \Pi_y + \Pi_z + \dots$$

生産均衡の三定型 バレトは生産均衡を(1)自由競争制に於て成立する第一定型と、(2)獨占制に於て成立する第二定型と、(3)公產主義(或は集產主義)制に於て成立する第三定型とに大別して考究して居るが、此處では最早あまり餘白はないから、只第一定型の極一般を述べて、彼の生産均衡の理論の論理的構造の一斑を示すに止める。

第一定型 生産均衡の第一定型の諸現象を特質附けるものは、各商品の總量に對してのみならず、更に均衡點に達せられたる時に生産される其の最後の部分に對しても亦、其の生産費と賣價とが相等しい、或は等同であると云ふことである。併し代價は定數である考へられて居る以上、其等二つの等式が存立する爲めには、^{エガリテ}一般的費用は存在しないと假定されねばならぬ。そうして此の假定の下で考察すると、消費者の均衡と、企業との接合を確立する爲めには、吾人は左の方程式を使用するのである。

$$\begin{array}{l} X = \Pi_x \\ (D) \quad \left. \begin{array}{l} p_y Y = \Pi_y \\ p_z Z = \Pi_z \\ \dots \end{array} \right\} \end{array}$$

$$X + p_y Y + p_z Z + \dots = \Pi_x + \Pi_y + \Pi_z + \dots$$

そうして企業は、夫れが消費者に呈供する (X) , (Y) , (Z) ……の諸分量を精密に生産すると假定し、原料或は生産的勤勞の諸分量を、 A, B, C, \dots で表はすとすると、一方に於ては消費者の豫算の均衡は

$$Ap_a + Bp_b + Cp_c + \dots = X + Yp_y + Zp_z + \dots$$

であることを意味し、他方に於ては企業の均衡の條件は、左の關係によりて表はされる。

$$A'p_a + B'p_b + C'p_c + \dots = \Pi_x + \Pi_y + \Pi_z + \dots$$

かくて上の等式は左の等式を誘導する。
エガリテ

$$Ap_a + Bp_b + Cp_c + \dots = A'p_a + B'p_b + C'p_c + \dots$$

今諸分量 A, B, C, \dots は諸分量 A', B', C', \dots よりもより大であり得るが、より小であつてはならぬとすると、上の等式は左の諸方程式と同値である。

$$(E) \quad A' + A, B' + B, C' + C, \text{ etc.}$$

されば右の諸方程式は、消費者の均衡の諸條件を表はす諸方程式の體系と、企業の均衡の諸條

件を表はす諸方程式の體系との接合點を、明確に構成するものにして、かくて自由競争制の下で成立する生産均衡の決定の問題を解く爲めには、只此の均衡が依存する變數の數が、接合されたる二つの體系の諸方程式の數と、相等しいことを示せば可いのである。(詳しきことは省略する。)

却說以上述べ來りしことは、パレトの複雑なる數學的經濟學の論理的構造の大體上の輪廓を示し、又只其の一端を少しく説明したに過ぎないので、甚だ不満足なものであるが、紙數の都合上夫れ以上に詳しく述べることは出来ない。そうして次に私は「數學的經濟學の方法論的批判」と題する一論文を本雜誌に掲載して、主としてパレトの數學的經濟學を方法論に批判することによりて、經濟學を始め一切の社會科學の論理的構造の根本問題を論究したいと思ふ。